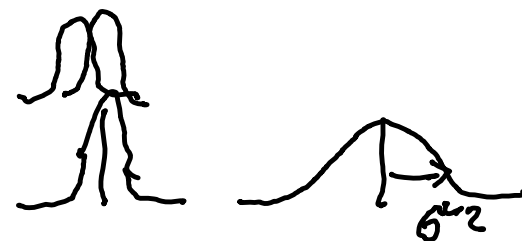


- ✓ ■ Théorème central limite (TCM): $\sum_{i=1}^n x_i \rightarrow$ 
- L'approche fréquentiel: $F(x_i) = P(x_i < x) = \int_{-\infty}^x \varphi(x) dx$

- PDF (fon. de densité probabilité) de plus utiles associées?

- Student t
 - χ^2 n^2
 - Fischer
- test $\left[\hat{E}\{x_1\} - \hat{E}\{x_2\} \right]$
 "sample" variance
 $\text{var}(1) / \text{var}(2)$



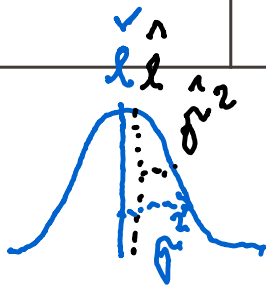
- L'espérance: $E\{x\} \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$

$$n \gg 1 \quad n \rightarrow \infty$$

- Variance: $E\{(x_i - E\{x\})^2\}$

Survol des éléments avec les nouveaux symboles

observation		STAT y_i	ME l_i	Formule $i=1 \dots n$	Note
Valeur	Vrais	$\checkmark$	" $\checkmark$ "	—	ME $\checkmark l_i$ - obs. $\checkmark x$ - paramètre.
	Estimé	$\wedge$	" $\wedge$ " " — " la moyenne	—	ME $\wedge l_i$ - obs. $\wedge x$ - param.
La moyenne	Vrais + erreur	$\checkmark n + e_i$	$\checkmark l + e_i$	$P(\checkmark l l_1, \dots, l_n)$	
	Estimé + erreur	$\wedge \hat{y} + r_i$ (résidu)	$\wedge \bar{l} + v_i$	$P(\wedge \bar{l} l_1, \dots, l_n)$	V = "Verbesserung"
Variance	Vrais	$E[x^2] - [E(x)]^2$	$\sigma_l^2 = \frac{\sum e_i^2}{n}$		
	Estimé = sample	$S = \frac{\sum e_i^2}{n-1}$	$\hat{\sigma}_l^2 = \frac{v^T v = \sum v_i^2}{n-1}$		ou $\frac{1}{n}$



$\hat{l}_i \dots$ valeur possible de l_i

Attention!



La même variance?

Estimateur vs. estimateur non biaisé

$$V(X) = E\{(X - E\{X\})^2\} = E\{X^2\} - (E\{X\})^2$$

		Function	Estimateur / normalisation
Matlab	Variance	<code>var(x)</code>	non-biaisé (default) / n-1
	Écart-type	<code>std(x)</code>	non-biaisé (default) / n-1
Python	Variance	<code>numpy.var(x)</code>	biaisé (défaut) / n
	Écart-type	<code>numpy.std(x)</code>	biaisé (défaut) / n

$\times \left(\frac{n}{n-1} \right)$
 $\times \frac{n}{n-1}$

(B) - changer on
 par. par défaut
 pour obtenir
 non-biaisé

(A)
 pour obtenir
 non-biaisé



Example: 3 variables aléatoires

$$\sum v_x^T v_y = \sum v_y^T v_x^{26}$$

$$\sum \varepsilon_x \varepsilon_y = \sum \varepsilon_y \varepsilon_x$$

$$l = \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix} -$$

$$K_{ll} (\Sigma_{ll}) =$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 \end{bmatrix}$$

Handwritten notes around the matrix:

- Top row: $1/\sigma_x$, $1/\sigma_y$, $1/\sigma_z$
- Right column: $1/\sigma_x$, $1/\sigma_y$, $1/\sigma_z$
- Diagonal elements: σ_x^2 , σ_y^2 , σ_z^2
- Off-diagonal elements: σ_{xy} , σ_{yx} , σ_{xz} , σ_{zx} , σ_{yz} , σ_{zy}

$$R_{ll} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ 0 & 1 & \rho_{yz} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y \sigma_x} = \rho_{xy}$$

$$\rho \in \langle -1, 1 \rangle$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} \checkmark$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} \checkmark$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} \checkmark$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_{xx}$$

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_x \sigma_x} = 1$$